



DOI: <https://doi.org/10.5592/CO/ZT.2021.02>

PREGLED NUMERIČKIH METODA ZA MODELIRANJE ARMIRANOBETONSKIH KONSTRUKCIJA

OVERVIEW OF THE NUMERICAL METHODS FOR THE MODELLING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Jadran Čarija¹, Mijo Nikolić¹, Željana Nikolić¹

(1) Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Matice hrvatske 15, Split, R. Hrvatska, jadran.carija@gradst.hr; mijo.nikolic@gradst.hr; zeljana.nikolic@gradst.hr

Sažetak

U ovome radu dan je pregled razvoja numeričkih modela za modeliranje armiranobetonskih konstrukcija. Pregled područja istraživanja podijeljen je s obzirom na način modeliranja pukotina, diskretizacije područja betona te ugradnje armature. Prikazan je razvoj numeričkih metoda za opis pukotina u armiranobetonskim konstrukcijama od samih početaka do metoda koje se koriste danas. S obzirom na način diskretizacije područja betona koriste se kontinuum i diskretni modeli, gdje je veći naglasak stavljen na opis diskretnih modela. U posljednjemu dijelu rada opisani su načini ugradnje armature u kontinuum modele te načini ugradnje armature i vlakana za ojačavanje unutar diskretnih modela.

Ključne riječi: armirani beton, pukotine, diskretni modeli, kontinuum modeli

Abstract

This paper provides an overview of the development of numerical methods for modelling reinforced concrete structures. The overview of the research area is divided with regard to the cracks modelling, discretization of the concrete domain and modelling of reinforcement. The development of numerical methods for the cracks representation in the reinforced concrete structures has been presented from the very beginning to the methods used today. With regard to manner of the discretization of the concrete domain, continuum and discrete models are used, and the particular emphasis in this paper is on the discrete ones. Finally, reinforcement modelling in the continuum models as well as reinforcement and reinforcement fibers modelling approaches in discrete models are described in the last part of the paper.

Keywords: reinforced concrete, cracks, discrete models, continuum models

1. Uvod

Razvoj armiranobetonskih konstrukcija započinje u 19. stoljeću, a svoj razvoj i širenje doživljavaju u 20. stoljeću, koji se nastavlja i danas. Danas su mnogi stambeni, infrastrukturni i energetski objekti građeni od armiranoga betona te je sve veća potreba za što preciznijim opisom i prikazom procesa loma unutar konstrukcije radi sigurnijega projektiranja novih kao i obnove postojećih građevina. Do sloma unutar armiranobetonskih konstrukcija dolazi uslijed statičkoga ili dinamičkoga opterećenja što uzrokuje raspucavanje betona popraćeno izvijanjem i izvlačenjem armature. Kako bi se što bolje opisali mehanizmi prijenosa sila te loma unutar armiranobetonskih konstrukcija, potrebno je modelirati vezu između betona i armature kao funkciju klizanja armature koju dobivamo iz testa izvlačenja [1]. Općenito gledajući, veza predstavlja interaktivni mehanizam koji omogućuje prijenos sile između armaturnih šipaka i okolnoga betona što osigurava kompozitno djelovanje između tih dvaju materijala. Razumijevanje i modeliranje nastanka pukotina, tečenja armature te klizanja armature u betonu važni su preduvjeti za održavanje i produžavanje vijeka trajanja postojećih konstrukcija, a samim time i projektiranje sve sigurnijih i pouzdanih novih konstrukcija [2]. Zbog nelinearnosti i disipacijskih mehanizama koji prate te pojave, modeliranje gore navedenih procesa i mehanizama predstavlja složenu zadaću. Radi što boljšega opisivanja navedenih nelinearnosti u inženjerstvu je stalna potreba za razvijanjem što bržih, ali i sve preciznijih numeričkih modela za rješavanje nelinearnih problema ponašanja armiranobetonskih konstrukcija. Stoga se neprestano radi na razvoju i implementaciji praktičnijih i pouzdanih modela za opis pukotina, diskretizaciji betona i armature te zakona koji opisuju ponašanje u materijalu izloženu nelinearnim deformacijama.

2. Pregled područja istraživanja

2.1. Modeli pukotina

U razvoju numeričkih modela betonskih i armiranobetonskih konstrukcija poseban je naglasak na modeliranju pukotina. Upravo su pukotine glavni razlog zbog kojega dolazi do sloma unutar konstrukcije te kao takve imaju najveći utjecaj na trajnost konstrukcije. Metoda razmazanih pukotina (pukotine se smatraju fiktivnima) i metoda diskretnih pukotina (pukotine se smatraju pravim diskontinuitetima), obje ugrađene unutar metode konačnih elemenata, najviše se, uz diskretne modele, koriste za opisivanje pukotina nastalih unutar konstrukcije.

Modeli razmazanih pukotina [3] zasnivaju se na ideji kako u betonu uslijed njegove materijalne heterogenosti i utjecaja armature nastaju brojne male pukotine koje u kasnijoj fazi opterećivanja poprimaju oblik jedne ili više glavnih pukotina koje smanjuju krutost elementu u smjeru okomitome na os pukotine. U modelu razmazanih pukotina oslabljenje betona opisuje se konstitutivnim vezama gdje se lokalni diskontinuitet raspodjeljuje na pripadnu površinu, odnosno prikazuje se preko kontinuuma. Modeli razmazanih pukotina mogu se podijeliti na modele fiksnih pukotina, gdje je orijentacija pukotina nepromijenjena tijekom proračuna [4], i na modele rotirajućih pukotina, gdje se normala na pukotinu usklađuje s glavnom deformacijom tijekom čitavoga procesa [5]. Glavni je nedostatak razmazanih pukotina što rješenje ovisi o diskretizaciji, tj. o veličini mreže konačnih elemenata.

Modeli diskretnih pukotina razvijaju se 1960-tih godina paralelno s razvojem numeričkih modela armiranobetonskih konstrukcija [6]. Kod tih modela pukotine se modeliraju

odvajanjem elemenata po rubovima pomoću dvostrukih čvorova koji se u neopterećenome stanju poklapaju. Do odvajanja odnosno širenja pukotine dolazi kada čvorna sila prekorači vlačnu čvrstoću betona te se čvor razdvaja na dva čvora. Zbog nastanka dvostrukih čvorova potrebno je redefiniranje mreže tijekom propagacije pukotine, stoga su u kasnijim istraživanjima razvijeni postupci za automatsko redefiniranje mreže [7].

Koristeći standardnu metodu konačnih elemenata pri simuliranju nastanka pukotina, rješenje ovisi o veličini mreže konačnih elemenata [8]. Kako bi se dobila rješenja neovisna o veličini mreže (problem razmazanih pukotina) te kako bi se izbjegla ovisnost širenja pukotine o rasporedu konačnih elemenata (diskretne pukotine), razvijene su poboljšane metode konačnih elemenata ugrađivanjem diskontinuiteta i obogaćivanjem polja pomaka kao što su „proširena metoda konačnih elemenata“ (X-FEM) [9] i „metoda konačnih elemenata s ugrađenim jakim diskontinuitetom“ (ED-FEM) [10].

Glavna razlika između X-FEM-a i ED-FEM-a jest to što se X-FEM smatra „metodom obogaćivanja čvorova (obogaćivanje polja pomaka u čvorovima)“, a ED-FEM „metodom obogaćivanja elemenata (obogaćivanje polja pomaka u elementu)“ [11].

Kod diskretnih modela pri odabiru kriterija loma provjerava se je li kohezivna veza dosegla maksimalnu vrijednost naprezanja za određenu vrstu materijala. Ako jest, uklanjaju se elementi koji su dosegli kritičnu vrijednost ili njihovo ponašanje opisujemo koristeći model omekšavanja [12]. Budući da u diskretnim modelima ispitujemo kriterij loma za svaki element, omogućavamo nastanak (simuliranje) mnogo malih pukotina koje se povezuju, srastaju i u konačnici čine veliku pukotinu, čime je sam prikaz (geometrija) složenih pukotina olakšan. Također, implementirajući ED-FEM unutar diskretnoga modela, dobivaju se rješenja u omekšavanju koja su neovisna o veličini mreže [13].

Pored gore navedenih metoda treba spomenuti metodu konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM) koja objedinjuje metodu konačnih i diskretnih elemenata te se koristi za modeliranje armiranoga betona izložena dinamičkomu i cikličkomu opterećenju [14]. Kod FEM/DEM metode ponašanje materijala do trenutka pojave pukotine modelirano je kao u metodi konačnih elemenata, dok u trenutku prekoračenja vlačne čvrstoće nastaje diskretna pukotina. Pojava pukotina i fragmentacija diskretnih elemenata obuhvaćena je kontaktnim elementima koji su umetnuti među konačnim elementima.

2.2. Diskretizacija betona

Za diskretizaciju betona može se koristiti model kontinuuma zasnovan na 2D konačnim elementima (trokuti, četverokuti), ali i diskretni modeli.

Glavna je prednost diskretnih modela u adekvatnome prikazivanju heterogenosti materijala na mezoskali, što omogućuje simulaciju nastanka i širenja pukotina. Modeli ovakva tipa prikladni su za prikazivanje lomova kod heterogenih materijala, kao što je beton uz veliku učinkovitost proračuna [15].

Diskretni modeli mogu se podijeliti na modele zasnovane na Voronoi poligonima i modele čestica. Model zasnovan na Voronoi poligonima može se definirati kao diskretni model gdje se slaganjem 1-D elemenata može prikazati neko čvrsto tijelo [16]. Opisujući interakciju među poligonima, diskretni model s Voronoi poligonima može se podijeliti u „model opruga“ i „model greda“. U „modelu opruga“ kohezivne veze među poligonima modeliramo pomoću opruga, dok se kod „modela greda“ kohezivne veze modeliraju pomoću greda koristeći Bernoullijeve ili Timoshenkove grede, koje su prikladnije kada su elementi u diskretnome modelu kraći i veće debljine. Diskretizaciju područja vršimo koristeći Voronoi poligone, a mijenjajući materijalna svojstva, kohezivnim vezama među različitim Voronoi poligonima postićemo heterogenost materijala.

2.3. Ugradnja armature u model betona

2.3.1. Kontinuum modeli

Unutar kontinuum modela numeričke modele armiranoga betona možemo podijeliti na tri grupe s obzirom na način modeliranja (ugradnje) armature: model razmazane armature, model diskretne armature i model ugrađene armature.

Model razmazane armature [17] sastoji se od jednoliko raspoređene (razmazane) armature s određenim kutom nagiba naspram elementa betona unutar kojega se ugrađuje. Ovakvi modeli mogu biti pogodni za primjenu kada postoji kompleksan raspored armature ili ojačanja vlaknima unutar betona. Nedostatak je to što se veza između armature i betona smatra idealnom te ne možemo prikazati klizanje armature u betonu.

U modelu diskretne armature unutar 2D betonskih elemenata ugrađuje se 1D element armature. Kod diskretnih modela čvorovi štapnih elemenata armature poklapaju se s čvorovima betonskih elemenata [18]. Ovakvo modeliranje predstavlja problem u inženjerskoj praksi jer se mreža konačnih elemenata betona mora prilagoditi položaju armature. Kod diskretnih modela armature za opisivanje klizanja armature mogu se koristiti zasebni kontaktni elementi koji sadrže karakteristike posmične veze između armature i betona.

U modelu ugrađene armature [19] unutar betona može se ugraditi armatura neovisno o mreži konačnih elemenata. Za diskretizaciju armature koriste se 1D elementi ugrađeni unutar 2D ili 3D betonskih elemenata. Kako bi se dobila krutost elementa betona s ukomponiranom armaturom, potrebno je superponirati matricu krutosti betona i matricu krutosti armature koja se dobije koristeći matrice transformacije. Kod ovih modela moguće je modeliranje klizanja armature u betonu.

Uz ovu osnovnu podjelu postoje i modeli koji kombiniraju model diskretne i ugrađene armature [20].

2.3.2. Diskretni modeli

U nastavku će se opisati neki postojeći primjeri diskretnih modela armiranoga betona ili betona ojačana vlaknima.

Za analizu pojave i širenja pukotina u armiranobetonskim konstrukcijama Saito [12] koristi mrežni model opruga krutih tijela, RBS (engl. *rigid body spring*), s ugrađenom armaturom. Armatura šipka može se pozicionirati neovisno o definiranoj mreži. Svaka armatura šipka modelira se nizom štapnih ili grednih elemenata. Veza između armature i betona modelirana je preko opruga u kontaktima, tzv. spojnim (engl. *linkage*) elementima koji su modelirani u smjeru tangente na armaturnu šipku te sadrže karakteristike posmične veze između armature i betona.

Schlangen [21] koristi diskretni model za opisivanje betonskih konstrukcija ojačanih vlaknima. U diskretni model betona ugrađena su vlakna koja su povezana s čvorovima betona preko veznih elemenata. Vlakna su modelirana pomoću grednih ili štapnih elemenata. Svojstva veznih elemenata dobivena su iz eksperimentalnih ispitivanja koristeći test izvlačenja te predstavljaju interakciju između vlakana za ojačanje i betona. Gerstle [22] koristi mikropolarni peridinački model, MPLM (engl. *micropolar peridynamic lattice model*), za modeliranje armiranoga betona. Čestice armature povezane su s česticama betona unutar udaljenosti međudjelovanja. Međudjelovanje između čestica armature i betona jednako je međudjelovanju između čestica betona, samo što je ovdje ponašanje linearno elastično, bez oštećenja.

Aydin [23] u svome radu koristi diskretni model ćelija za modeliranje armiranobetonskoga elementa. Mreža je napravljena od jednoliko raspodijeljenih čvorova međusobno udaljenih na zadanu udaljenost. Svaki je čvor u interakciji s ostalim točkama s unaprijed određenom udaljenošću međudjelovanja. Armatura unutar modela također je napravljena kao model ćelija. Unutar utjecaja djelovanja čvora armature dolazi do povezivanja čvorova armature s čvorovima betona.

3. Zaključak

Zahvaljujući razvoju računala, za opisivanje mehanizama loma unutar armirano betonskih konstrukcija sve se više koriste razne numeričke metode koje zamjenjuju skupa eksperimentalna ispitivanja. Preciznost u modeliranju mehanizama ponašanja armiranobetonskih konstrukcija u najvećoj mjeri ovisi o načinu modeliranja betona, armature i njihova međudjelovanja. Armirani beton predstavlja heterogeni kompozitni materijal sa složenim načinom ponašanja koji se do otvaranja prvih pukotina ponaša kao kontinuum, a zatim kao diskontinuum. Svaki numerički model, bilo da je zasnovan na kontinuumu ili diskontinuumu, ima svoje prednosti i nedostatke. Pokazalo se kako je pri djelovanju dinamičkoga i potresnoga opterećenja dominantni efekt nelinearnosti sadržan u otvaranju i zatvaranju pukotina tijekom procesa cikličkoga opterećenja i rasterećenja te pripadnoj deformaciji i kidanju armature, što utječe na gubitak energije i preciznu simulaciju mehanizma sloma. U posljednje vrijeme razvijaju se diskretni modeli za analizu armiranobetonskih konstrukcija kako bi se što realističnije modeliralo ponašanje konstrukcije u cijelome nelinearnom području sve do sloma.

Zahvala

Istraživanje je financirano sredstvima Hrvatske zaklade za znanost u okviru projekata *Razvoj numeričkih modela armirano-betonskih i kamenih zidanih konstrukcija izloženih potresnom opterećenju zasnovanih na diskretnim pukotinama*, IP-2014-09-2319, i KK.01.1.1.02.0027 koji sufinanciraju Vlada Republike Hrvatske i Europska unija preko Europskoga fonda za regionalni razvoj.

Literatura

- [1] Farooq U, Nakamura H, Miura T, Yamamoto Y.: Proposal of bond behavior simulation model by using discretized voronoi mesh for concrete and beam element for reinforcement, *Cement and Concrete Composites*, Vol. 110, 2020., pp. 103593.
- [2] Ibrahimbegovic A, Boulkertous A, Davenne L, Brancherie D.: Modelling of reinforced-concrete structures providing crack-spacing based on X-FEM, ED-FEM and novel operator split solution procedure, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 83, No.4, 2010., pp. 452-481.
- [3] Rashid YR.: Analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear Engineering and Design*, Vol.7, 1968., pp. 334-344.
- [4] Okamura H, Maekawa K.: *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*, Giho-do Press, University of Tokyo, Japan 1991., pp. 831-850.
- [5] Palermo D, Vecchio FJ.: Compression field modeling of reinforced concrete subjected to reversed loading: formulation, *Structural Journal*, Vol. 100, 2003., pp. 616-625.
- [6] Ngo D, Scordelis AG.: Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, *Journal of ACI*, Vol.64, No.3, 1967., pp 152-163.

- [7] Yang ZY, Chen J.: Finite element modelling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.72, 2005., pp. 2280-2297.
- [8] Ibrahimbegovic A. *Nonlinear Solid Mechanics: Theoretical Formulations and Finite Element Solution Methods*, Springer, London, 2009.
- [9] Moes N, Dolbow J, Belytschko T.: A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.46, 1999., pp. 131-150
- [10] Simo JC, Oliver J, Armero F.: An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate-independent inelastic solids, *Computational Mechanics*, Vol.12, No.5, 1993., pp. 277-296.
- [11] Oliver J, Huespe AE, Sanchez PJ.: A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities: E-FEM vs. X-FEM, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.195, 2006., pp. 4732-4752.
- [12] Saito S, Hikosaka H.: Numerical analyses of reinforced concrete structures using spring network models, *Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements*, JSCE, Vol.44, No.627, 1999., pp. 289-303.
- [13] Čarija J, Nikolić M, Ibrahimbegovic A, Nikolić Ž.: Discrete softening-damage model for fracture process representation with embedded strong discontinuities, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.236, 2020., pp. 107211.
- [14] Nikolić Ž, Živaljić N, Smoljanović H, Balić I.: Numerical modelling of reinforced-concrete structures under seismic loading based on the finite element method with discrete inter-element cracks, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol.46, No.1, 2017., pp. 159-178.
- [15] Cusatis G, Bažant ZP, Cedolin L.: Confinement-shear lattice CSL model for fracture propagation in concrete, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.195, No.52, 2006., pp. 7154-7171.
- [16] Nikolić M, Karavelić E, Ibrahimbegovic A, Miscević P.: Lattice Element Models and Their Peculiarities, *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol.25, No.3, 2018., pp. 753-784.
- [17] Dahmani L, Khennane A, Kaci S.: Crack identification in reinforced concrete beams using ANSYS software, *Strength Material* Vol.42, No.42, 2010., pp. 232–240.
- [18] Kwan AKH, Ng PL.: Modelling dowel action of discrete reinforcing bars for finite element analysis of concrete structures, *Computers and Concrete*, Vol.12, No.1, 2013., pp. 19-36.
- [19] Nikolić Ž, Mihanović A.: Non-linear finite element analysis of post-tensioned concrete structures, *Engineering Computations*, Vol.14, No.5, 1997., pp. 509-528.
- [20] Bitencourt Jr LAG, Manzoli OL, Trindade YT, Rodrigues EA, Dias-da-Cost D.: Modeling reinforced concrete structures using coupling finite elements for discrete representation of reinforcements, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 149, 2018., pp. 32-44.
- [21] Schlangen E, Qian Z.: 3D modeling of fracture in cement-based materials, *Journal of Multiscale Modelling*, Vol. 1, No. 2, 2009., pp. 245-261.
- [22] Gerstle W, Geitanbaf HH, Asadollahi A.: Computational simulation of reinforced concrete using the micropolar state-based peridynamic hexagonal lattice model, In *Proc., 8th Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*. Toledo, Spain: IA-FRAMCOS, 2013., pp. 261–270.
- [23] Aydin BB., Tuncay K, Binici B.: Simulation of Reinforced Concrete Member Response Using Lattice Model, *Journal of Structural Engineering*, Vol.145, No. 9, 2019., pp. 04019091